Moto rettilineo uniforme

(misura della velocità e verifica della proporzionalità tra spazio e tempo)

Obiettivi

Lo scopo essenziale della prova è misurare la velocità di un corpo che si muove di moto rettilineo uniforme. Inoltre si vuole:

- verificare esplicitamente la diretta proporzionalità tra spazio percorso e intervallo di tempo;
- costruire il grafico spazio-tempo con i punti sperimentali;
- tracciare la retta rappresentativa del moto.

Schema esperimento

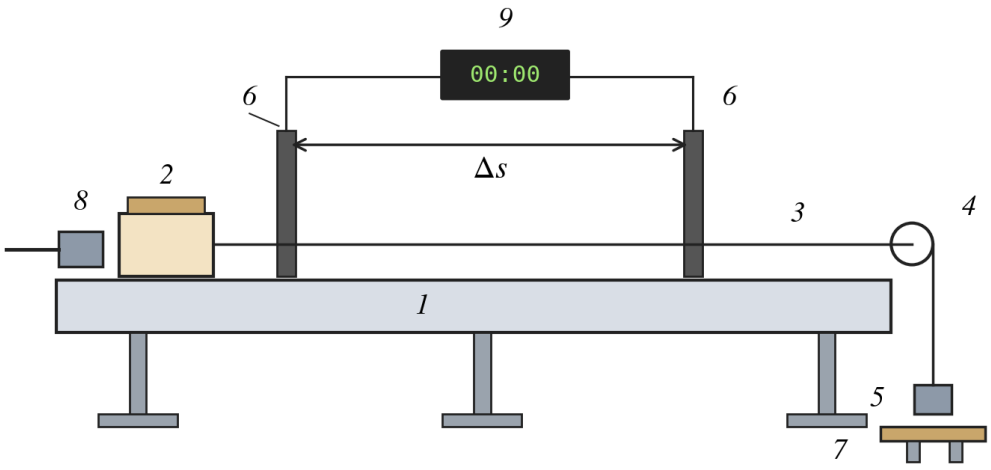


Figura 1 – Guidovia a cuscino d'aria (1), carrello (2), filo inestensibile (3), carrucola (4), portapesi e pesetti (5), fotocellule (6), piattello (7), elettrocalamita (8), timer (9); Δs è la distanza tra le fotocellule.

Il dispositivo standard è quello illustrato in figura 1. Il carrello, spinto dai pesetti tramite il filo e la carrucola, parte dall'elettrocalamita; il piattello arresta il portapesi dopo un breve tratto, così che da quel momento sul carrello non agisca più alcuna spinta e il moto prosegua a velocità costante.

Materiali e strumenti

Strumento / materiale	Caratteristiche	Sensibilità / incertezza	Armadio e ripiano
Guidovia a cuscino d'aria	Completa di compressore; deve essere perfettamente orizzontale	–	-
Carrello, filo inestensibile e carrucola	Il filo collega il carrello al portapesi passando per la carrucola	–	-
Portapesi e pesetti	Numero fisso di pesetti per spinte uguali; si varia per cambiare la velocità	–	1C
Piattello	Blocca la discesa dei pesetti dopo un breve tratto	–	-
Elettrocalamita	Tiene bloccato il carrello fino all'avvio	–	-
Fotocellule (2) e timer	Avviano e arrestano il conteggio dell'intervallo di tempo Δt	±0,01 s	-
Asta millimetrata	Misura delle posizioni s_0 e s delle fotocellule	±0,001 m	2B

Contenuti teorici

Il moto rettilineo uniforme è il moto di un corpo che si muove lungo una traiettoria rettilinea con velocità costante, cioè percorrendo spazi uguali in intervalli di tempo uguali. La velocità è il rapporto tra lo spazio percorso e l'intervallo di tempo impiegato a percorrerlo:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Nel Sistema Internazionale la velocità si misura in metri al secondo (m/s); un'altra unità molto usata è il km/h, con 1 m/s=3,6 km/h.

Se un corpo parte dalla posizione s_0 all'istante t_0=0, la legge oraria del moto è:

$$s(t) = s_0 + v\,t$$

Lo spazio percorso Δs=s-s_0 è quindi direttamente proporzionale all'intervallo di tempo Δt e la costante di proporzionalità è la velocità: Δs=v Δt.

Nel piano cartesiano spazio-tempo il grafico del moto è una retta passante per l'origine degli assi, la cui pendenza è la velocità:

$$v = \frac{\Delta s_B - \Delta s_A}{\Delta t_B - \Delta t_A}$$

Una serie di misure ripetute si elabora calcolando il valore medio e l'errore massimo (semidispersione):

$$x_M = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n} \qquad \Delta x = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{2}$$

Descrizione della prova

Si misurano gli intervalli di tempo Δt corrispondenti allo spazio Δs percorso dal carrello tra le due fotocellule, modificando di volta in volta Δs; si calcola poi la velocità con la formula nota:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Se il moto è effettivamente uniforme, i valori di v così ottenuti dovranno essere molto vicini fra loro.

Fase di preparazione

a) Controllo della guidovia: si accende il compressore, si dispone il carrello sulla guidovia (perfettamente orizzontale, controllata con la livella) e si constata che possa muoversi scivolando praticamente senza attrito.

b) Utilizzo dei pesetti: per avere spinte uguali e misure confrontabili si usa un numero fisso di pesetti sul portapesi che, tramite un filo inestensibile e una carrucola, esercitano un'azione costante sul carrello.

c) Realizzazione del moto uniforme: il carrello è tenuto bloccato dall'elettrocalamita; aprendo il circuito, il carrello è libero di muoversi sotto l'azione dei pesetti. Poiché la sua velocità continuerebbe ad aumentare, si dispone un piattello che, dopo un breve tratto iniziale, blocca la discesa dei pesetti: da quel momento il carrello non subisce più alcuna spinta e la velocità smette di aumentare e resta costante. Il moto d'interesse è quello successivo al contatto dei pesetti con il piattello.

d) Modifica della velocità: la velocità si può modificare regolando il numero di pesetti sul portapesi.

e) Posizionamento delle fotocellule: la prima, che dà inizio al conteggio del tempo, va posta davanti al carrello una volta che il portapesi ha toccato il piattello. Se ne rileva la posizione s_0 sull'asta millimetrata (colonna 1 della Tabella 1). La posizione s della seconda fotocellula, che ferma il conteggio, va in colonna 2 e viene variata nelle fasi successive; lo spazio percorso $\Delta s = s - s_0$ va in colonna 3 (vedi Help 1).

f) Ultimi controlli: l'elettrocalamita blocca il carrello; il filo è inserito nella scanalatura della carrucola; il timer è azzerato; il compressore è acceso.

Fase di esecuzione

a) Si apre il circuito dell'elettrocalamita: il carrello parte e attraversa entrambe le fotocellule.

b) Dopo aver fermato il carrello alla fine del percorso, si legge sul timer l'intervallo di tempo Δt tra il passaggio davanti alle due fotocellule e si azzera il timer.

c) Si chiude il circuito dell'elettrocalamita e si rimette il carrello nella posizione di partenza.

d) Lasciando invariata la posizione delle fotocellule, si ripete la prova altre due volte per verificare la validità del valore di Δt (vedi Help 2), da riportare nella colonna 5; l'errore di sensibilità va nella colonna 6.

e) Si sposta la seconda fotocellula, si misura la nuova s e si ripete la procedura; conviene raddoppiare, triplicare, quadruplicare ecc. i valori di Δs invece di scegliere valori a caso.

f) Si ripetono i passaggi per il numero di rilevazioni di v richiesto.

Raccolta dei dati e tabelle

Errore di sensibilità dell'asta millimetrata (che incide su s_0 e s) e del timer:

$$\Delta x(s) = 0{,}001 \text{ m} \qquad \Delta x(\Delta t) = 0{,}01 \text{ s}$$

Tabella 1 – Misure e grandezze calcolate

s_0 (m)	s (m)	Δs (m)	$\Delta x(\Delta s)$ (m)	Δt (s)	$\Delta x(\Delta t)$ (s)	$v=\Delta s/\Delta t$ (m/s)	$\Delta x(v)$ (m/s)
0,125	0,325	0,200	0,002	0,35	0,01	0,57	0,03
0,125	0,525	0,400	0,002	0,70	0,01	0,57	0,01
0,125	0,725	0,600	0,002	1,05	0,01	0,571	0,007
0,125	0,925	0,800	0,002	1,41	0,01	0,567	0,005
0,125	1,125	1,000	0,002	1,76	0,01	0,568	0,004

Nota: la prima riga riporta i valori d'esempio della scheda di laboratorio; le altre sono valori indicativi (con Δs raddoppiato, triplicato, ...) da sostituire con le misure effettivamente rilevate.

Elaborazione dei dati

Velocità

La colonna 7 contiene la velocità calcolata. Per la prima serie di dati:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{0{,}200}{0{,}35} = 0{,}57143 \simeq 0{,}57 \text{ m/s}$$

Incertezza di *v* (propagazione degli errori)

Errore relativo e incertezza (colonna 8), prima riga:

$$\varepsilon_r(v) = \frac{\Delta x(\Delta s)}{\Delta s} + \frac{\Delta x(\Delta t)}{\Delta t} = \frac{0{,}002}{0{,}200} + \frac{0{,}01}{0{,}35} \simeq 0{,}01 + 0{,}02857 = 0{,}03857$$

$$\Delta x(v) = \varepsilon_r(v) \cdot v = 0{,}03857 \cdot 0{,}57143 = 0{,}02204 \simeq 0{,}03 \text{ m/s} \quad \Rightarrow \quad v = (0{,}57 \pm 0{,}03) \text{ m/s}$$

Lo stesso procedimento è stato applicato a tutte le righe della tabella.

Valore medio ed errore massimo

Trattando i valori della colonna 7 come una serie di misure:

$$v_M = \frac{0{,}5714 + 0{,}5714 + 0{,}5714 + 0{,}5674 + 0{,}5682}{5} = 0{,}5700 \text{ m/s}$$

$$\Delta x(v) = \frac{v_{\max} - v_{\min}}{2} = \frac{0{,}5714 - 0{,}5674}{2} = 0{,}0020 \text{ m/s} \qquad \Rightarrow \qquad v = (0{,}570 \pm 0{,}002) \text{ m/s}$$

Grafici

Sull'asse *x* sono riportati gli intervalli di tempo Δt (colonna 5) e sull'asse *y* gli spazi percorsi Δs (colonna 3), con i rispettivi intervalli di indeterminazione (± 0,01 s e ± 0,002 m). La retta parte dall'origine degli assi e attraversa tutti gli intervalli sperimentali.

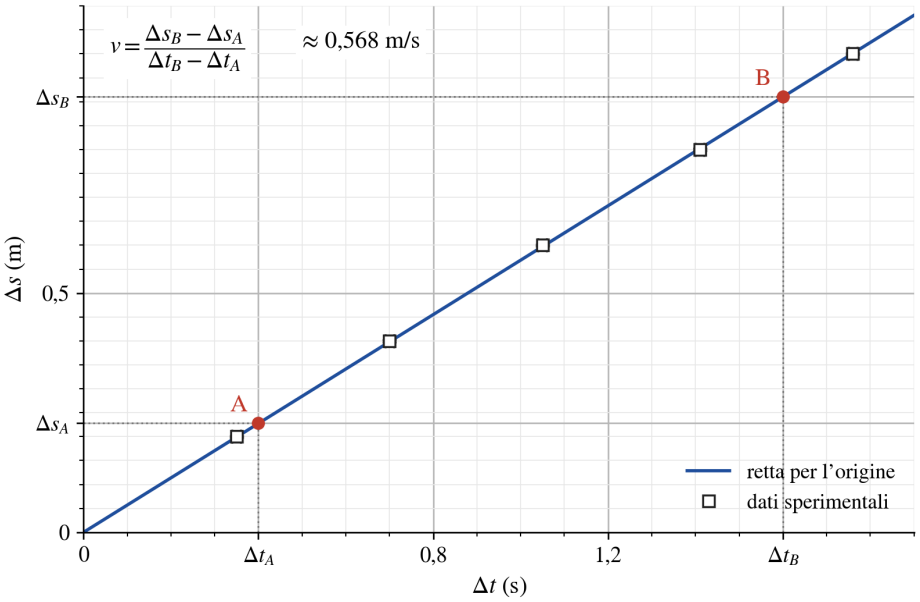


Figura 2 – Grafico spazio-tempo. Le barre d'errore sono più piccole dei simboli.

Per ricavare la velocità dalla pendenza si scelgono sulla retta due punti A e B, diversi dai punti sperimentali (Δt_A=0,40 s, Δs_A=0,228 m; Δt_B=1,60 s, Δs_B=0,910 m):

$$v = \frac{\Delta s_B - \Delta s_A}{\Delta t_B - \Delta t_A} = \frac{0{,}910 - 0{,}228}{1{,}60 - 0{,}40} = 0{,}568 \text{ m/s}$$

Incertezza (1 mm sulla carta millimetrata corrisponde a 0,002 m su Δs e a 0,005 s su Δt):

$$\Delta x(v) = \left[\frac{0{,}002 + 0{,}002}{\Delta s_B - \Delta s_A} + \frac{0{,}005 + 0{,}005}{\Delta t_B - \Delta t_A}\right] v = \left[\frac{0{,}004}{0{,}682} + \frac{0{,}010}{1{,}20}\right] \cdot 0{,}568 \simeq 0{,}008 \text{ m/s}$$

$$v = (0{,}568 \pm 0{,}008) \text{ m/s}$$

Analisi dei risultati e conclusioni

È stato possibile tracciare una retta che, oltre a passare per l'origine degli assi, attraversa tutti i rettangoli sperimentali: si è quindi verificato che spazio percorso e intervallo di tempo sono direttamente proporzionali. Ciò significa che il loro rapporto non cambia e che la velocità è costante: si tratta effettivamente di un moto rettilineo uniforme.

I due valori della velocità sono compatibili entro gli errori:

$$v = (0{,}570 \pm 0{,}002) \text{ m/s} \quad \text{(seriedimisure)} \qquad v = (0{,}568 \pm 0{,}008) \text{ m/s} \quad \text{(pendenza)}$$

Se la prova non fosse riuscita, i motivi possibili sarebbero: guidovia non perfettamente orizzontale; attrito tra guidovia e carrello non sufficientemente ridotto; cattivo funzionamento del timer collegato alle fotocellule; massa del filo o attrito della carrucola non trascurabili.

Help 1

L'incertezza di Δs è la somma degli errori di sensibilità dell'asta millimetrata su s e su s_0:

$$\Delta x(\Delta s) = \Delta x(s) + \Delta x(s_0) = 0{,}001 + 0{,}001 = 0{,}002 \text{ m}$$

Help 2

Se si ottengono i valori 0,35 s, 0,34 s, 0,36 s, le fluttuazioni rientrano nell'errore di sensibilità del timer (0,01 s) e si scrive Δt=(0,35± 0,01) s. Se invece i valori sono più dispersi (es. 0,35 s, 0,39 s, 0,37 s) si prende il valore medio e come incertezza l'errore massimo:

$$\Delta t_M = \frac{0{,}35 + 0{,}39 + 0{,}37}{3} = 0{,}37 \text{ s} \qquad \Delta x(\Delta t) = \frac{0{,}39 - 0{,}35}{2} = 0{,}02 \text{ s}$$

$$\Delta t = (0{,}37 \pm 0{,}02) \text{ s}$$

Help 3

Per l'incertezza di v si applicano le leggi di propagazione degli errori. Errore relativo e incertezza (prima riga della tabella):

$$\varepsilon_r(v) = \frac{\Delta x(\Delta s)}{\Delta s} + \frac{\Delta x(\Delta t)}{\Delta t} = 0{,}03857$$

$$\Delta x(v) = \varepsilon_r(v) \cdot v = 0{,}03857 \cdot 0{,}57143 = 0{,}02204 \simeq 0{,}03 \text{ m/s}$$

$$v = (0{,}57 \pm 0{,}03) \text{ m/s}$$