# Verifica del secondo principio della dinamica

*(relazione forza-accelerazione)*

## Obiettivi

L'obiettivo principale è ottenere la conferma sperimentale della validità del secondo principio della dinamica. A tale scopo si verifica che il rapporto tra forza e accelerazione è costante (la costante è la massa del sistema) e che la rappresentazione grafica dell'accelerazione in funzione della forza è una retta.

## Schema esperimento

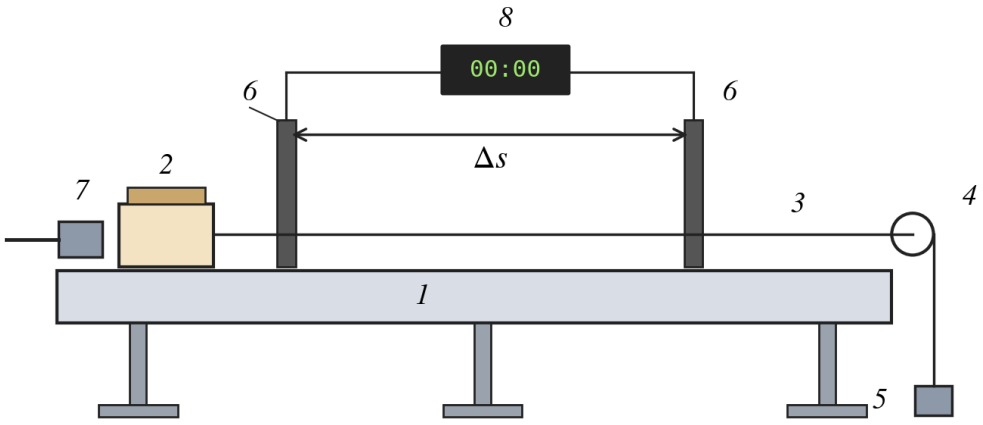



*Figura 1 – Guidovia a cuscino d'aria (1), carrello (2), filo inestensibile (3), carrucola (4), portapesi e pesetti (5), fotocellule (6), elettrocalamita (7), timer (8); Δ s è la distanza tra le fotocellule.*

Il dispositivo è lo stesso utilizzato nella prova sul moto rettilineo uniformemente accelerato. Questa volta si fissa lo spazio $\Delta s$ percorso dal carrello tra le due fotocellule e si modifica di volta in volta il numero dei pesetti sul portapesi, e quindi la forza applicata.

# Materiali e strumenti

| Strumento / materiale | Caratteristiche | Sensibilità / incertezza | Armadio e ripiano |
|---|---|---|---|
| Guidovia a cuscino d'aria | Completa di compressore e carrello | – | - |
| Filo inestensibile e carrucola | Collegano il carrello al portapesi | – | 2C |
| Portapesi e pesetti | Pesetti da spostare uno alla volta dal carrello al portapesi | – | 1C |
| Fotocellule (2) e elettrocalamita | Avvio e arresto del conteggio; blocco del carrello | – | - |
| Timer | Misura dell'intervallo di tempo $t$ tra le fotocellule | ±0,01 s | - |
| Asta millimetrata | Misura di $s_0$ e $s$ (quindi di $\Delta s$) | ±0,001 m | 2B |
| Dinamometro | Misura della forza-peso del portapesi | ±0,01 N | 2B |

# Contenuti teorici

L'enunciato del secondo principio della dinamica è la base teorica della prova: a partire da forza e accelerazione, già note, se ne verifica la diretta proporzionalità e si definisce così in modo completo una nuova grandezza, la massa, nota finora solo dal punto di vista operativo. Il principio si scrive:

$$F = m\,a \qquad \Longrightarrow \qquad m = \frac{F}{a}$$

Se la forza $F$ applicata a un corpo di massa $m$ costante è fatta variare, l'accelerazione $a$ è direttamente proporzionale a $F$: nel piano cartesiano $F$–$a$ si ottiene una retta passante per l'origine, di pendenza $1/m$. Forza (N), massa (kg) e accelerazione (m/s²) sono legate da 1 N=1 kg·m/s².

Il carrello parte da fermo e si muove di moto uniformemente accelerato; lo spazio percorso in un tempo $t$ è dato dalla legge oraria, da cui si ricava l'accelerazione:

$$\Delta s = \frac{1}{2}\,a\,t^2 \qquad \Longrightarrow \qquad a = \frac{2\,\Delta s}{t^2}$$

La massa da considerare è quella dell'intero sistema (carrello e pesetti), che deve restare costante: i pesetti vengono perciò spostati dal carrello al portapesi, senza aggiungerne altri.

# Descrizione della prova

**Fase di preparazione**

La preparazione coincide con quella della prova sul moto rettilineo uniformemente accelerato; le differenze sono due.

a) La distanza tra le fotocellule viene scelta una volta per tutte, non troppo piccola affinché la misura di $a$ sia più attendibile. Si misura $\Delta s = s - s_0$ con l'asta millimetrata (vedi Help 1).

b) Con il dinamometro si misura la forza-peso del portapesi da solo, poi con un pesetto, con due pesetti ecc., fino al numero massimo di pesetti previsto, riportando i valori con i relativi errori di sensibilità nelle colonne 1 e 2 della Tabella 1.

c) Prima di iniziare si dispongono sul carrello tutti i pesetti previsti; spostandoli uno alla volta dal carrello al portapesi si ottiene un aumento progressivo della forza applicata, senza prendere pesi dall'esterno, perché la massa del sistema deve restare costante.

**Fase di esecuzione**

a) Si apre il circuito dell'elettrocalamita: il carrello parte e attraversa entrambe le fotocellule.

b) Si legge l'intervallo di tempo sul timer.

c) Si chiude il circuito dell'elettrocalamita e si rimette il carrello nella posizione di partenza.

d) Lasciando invariata la posizione delle fotocellule, si ripete la prova altre due volte per verificare la validità del valore di *t* da riportare nella colonna 3 (vedi Help 2).

e) Si sposta un peso dal carrello al portapesi e si ripete il procedimento dal punto a) al punto d); conviene far raddoppiare, triplicare ecc. la forza applicata, così da vedere subito come si comporta l'accelerazione.

f) Si ripete il passaggio precedente per il numero di volte necessario, che dipende dal numero di pesetti disponibili inizialmente sul carrello.

# Raccolta dei dati e tabelle

Dati preliminari:

$$\Delta s = (0{,}800 \pm 0{,}002)\ \text{m} \qquad \Delta x(t) = 0{,}01\ \text{s}$$

**Tabella 1 – Misure e grandezze calcolate**

| $F$ (N) | $\Delta x(F)$ (N) | $t$ (s) | $t^2$ (s²) | $\Delta x(t^2)$ (s²) | $a=2\,\Delta s/t^2$ (m/s²) | $\Delta x(a)$ (m/s²) | $F/a=m$ (kg) | $\Delta x(m)$ (kg) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0,10 | 0,01 | 2,38 | 5,66 | 0,05 | 0,282 | 0,003 | 0,35 | 0,04 |
| 0,20 | 0,01 | 1,68 | 2,82 | 0,03 | 0,567 | 0,008 | 0,35 | 0,02 |
| 0,30 | 0,01 | 1,37 | 1,88 | 0,03 | 0,85 | 0,01 | 0,35 | 0,02 |
| 0,40 | 0,01 | 1,19 | 1,42 | 0,02 | 1,13 | 0,02 | 0,35 | 0,02 |

*Nota: la prima riga riporta i valori d'esempio della scheda di laboratorio; le altre sono valori indicativi (forza raddoppiata, triplicata, ...) da sostituire con le misure effettivamente rilevate.*

# Elaborazione dei dati

**Colonne 4 e 6**

Per la prima riga, $t^2=2{,}38^2=5{,}66$ s² e, con $\Delta x(t^2)=2\,t\,\Delta x(t)=2\cdot 2{,}38\cdot 0{,}01\simeq 0{,}05$ s²:

$$a=\frac{2\,\Delta s}{t^2}=\frac{2\cdot 0{,}800}{5{,}66}=0{,}282\ \text{m/s}^2$$

$$\varepsilon_r(a)=\frac{\Delta x(\Delta s)}{\Delta s}+\frac{\Delta x(t^2)}{t^2}=\frac{0{,}002}{0{,}800}+\frac{0{,}05}{5{,}66}\simeq 0{,}0025+0{,}0088=0{,}0113$$

$$\Delta x(a)=\varepsilon_r(a)\cdot a=0{,}0113\cdot 0{,}282\simeq 0{,}003\ \text{m/s}^2$$

**Colonna 8: la massa**

$$m=\frac{F}{a}=\frac{0{,}10}{0{,}282}=0{,}35461\ \text{kg}\simeq 0{,}35\ \text{kg}$$

L'incertezza di *m* (Help 3) e i valori delle altre righe sono riportati in tabella.

**Valore medio della massa**

Trattando i valori della colonna 8 come una serie di misure:

$$m_M = \frac{0{,}354 + 0{,}353 + 0{,}352 + 0{,}354}{4} = 0{,}353 \text{ kg} \qquad \frac{m_{\max} - m_{\min}}{2} = 0{,}001 \text{ kg}$$

Le singole incertezze (da 0,02 a 0,04 kg) sono molto maggiori della dispersione dei valori, che risultano quindi tutti compatibili tra loro:

$$m = (0{,}35 \pm 0{,}02) \text{ kg}$$

# Grafici

Sull'asse *x* sono riportate le forze misurate con il dinamometro e sull'asse *y* le corrispondenti accelerazioni, con i rispettivi intervalli di indeterminazione. La retta è tracciata partendo dall'origine degli assi e attraversa tutti gli intervalli sperimentali.

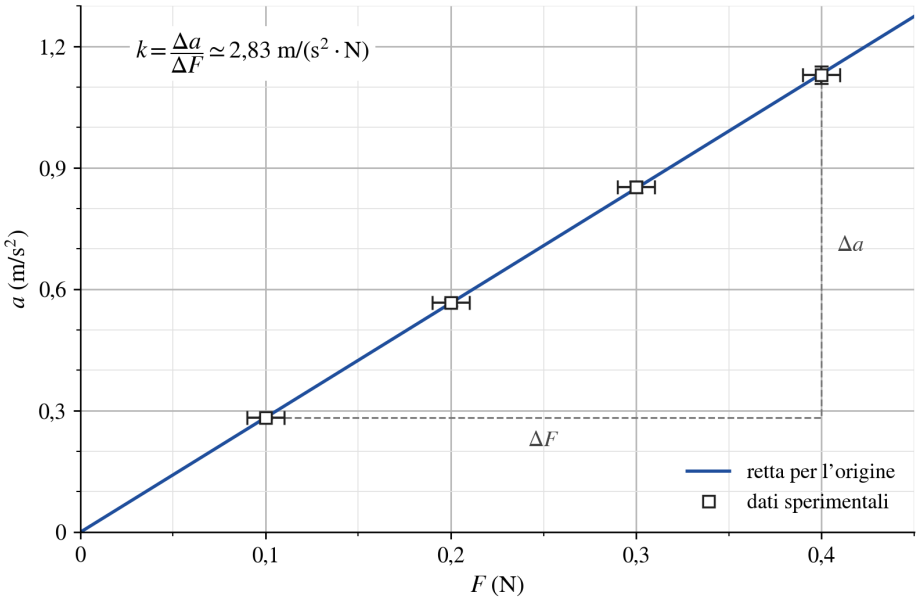



*Figura 2 – Accelerazione in funzione della forza.*

La pendenza della retta è $k \approx 2{,}83$ m/(s$^2$·N), e poiché $k = 1/m$ si ottiene un valore della massa compatibile con quello calcolato:

$$m = \frac{1}{k} = \frac{1}{2{,}83} = 0{,}353 \text{ kg}$$

# Analisi dei risultati e conclusioni

I valori del rapporto $F/a$ sono tra loro molto vicini e nel grafico si è trovata una retta che, oltre a passare per l'origine degli assi, attraversa tutti gli intervalli sperimentali. Si può quindi concludere di aver verificato il secondo principio della dinamica: la forza applicata a un sistema e l'accelerazione che questo manifesta sono direttamente proporzionali, e la costante di proporzionalità è la massa del sistema.

$$m = (0{,}35 \pm 0{,}02) \text{ kg}$$

Se i dati fossero risultati significativamente diversi tra loro (o la retta non avesse attraversato tutti gli intervalli), le cause possibili sono: guidovia non perfettamente orizzontale; attrito tra guidovia e carrello condizionante, soprattutto nella fase iniziale, con il carrello carico di molti pesi.

# Help 1

L'incertezza di $\Delta s$ è la somma degli errori di sensibilità dell'asta millimetrata su $s$ e su $s_0$:

$$\Delta x(\Delta s) = \Delta x(s) + \Delta x(s_0) = 0{,}001 + 0{,}001 = 0{,}002 \text{ m}$$

# Help 2

Se si ottengono i valori 0,35 s, 0,34 s, 0,36 s, le fluttuazioni rientrano nell'errore di sensibilità del timer (0,01 s) e si scrive $t$=(0,35± 0,01) s. Se invece i valori sono più dispersi (es. 0,35 s, 0,39 s, 0,37 s) si prende il valore medio e come incertezza l'errore massimo:

$$t_M = \frac{0{,}35 + 0{,}39 + 0{,}37}{3} = 0{,}37 \text{ s} \qquad \Delta x(t) = \frac{0{,}39 - 0{,}35}{2} = 0{,}02 \text{ s} \qquad t = (0{,}37 \pm 0{,}02) \text{ s}$$

# Help 3

L'incertezza del rapporto $F/a$, cioè della massa, è:

$$\Delta x(m) = [\varepsilon_r(F) + \varepsilon_r(a)]m = \left[\frac{\Delta x(F)}{F} + \frac{\Delta x(a)}{a}\right]m = \left[\frac{0{,}01}{0{,}10} + \frac{0{,}003}{0{,}282}\right] \cdot 0{,}35461$$

$$= [0{,}1 + 0{,}01064] \cdot 0{,}35461 = 0{,}11064 \cdot 0{,}35461 = 0{,}03923 \simeq 0{,}04 \text{ kg}$$

$$m = (0{,}35 \pm 0{,}04) \text{ kg}$$